

ON OSCILLATION OF SOLUTIONS OF SECOND ORDER NONLINEAR DIFFERENCE EQUATIONS*

ПРО КОЛИВАННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕЛІНІЙНИХ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

R. Koplatadze

Tbilisi State Univ.

University st. 2, Tbilisi 0186, Georgia

e-mail: r_koplatadze@yahoo.com

S. Pinelas

Academia Militar

Departamento de Ciências Exactas e Naturais

Av. Conde Castro Guimarães

2720-113 Amadora, Portugal

e-mail: sandra.pinelas@gmail.com

The difference equation

$$\Delta^2 u(k) + p(k) |u(\sigma(k))|^\lambda \operatorname{sign} u(\sigma(k)) = 0,$$

is considered, where $0 < \lambda < 1$, $p : N \rightarrow R_+$, $\sigma : N \rightarrow N$, $\sigma(k) \geq k + 1$ for $k \in N$ and the difference operator is defined by $\Delta u(k) = u(k + 1) - u(k)$, $\Delta^2 = \Delta \circ \Delta$. Necessary conditions are obtained for the above equation to have a positive solution. In addition, oscillation criteria of new type are obtained.

Розглядається різницеве рівняння

$$\Delta^2 u(k) + p(k) |u(\sigma(k))|^\lambda \operatorname{sign} u(\sigma(k)) = 0,$$

де $0 < \lambda < 1$, $p : N \rightarrow R_+$, $\sigma : N \rightarrow N$, $\sigma(k) \geq k + 1$ для $k \in N$, різницевий оператор визначається як $\Delta u(k) = u(k + 1) - u(k)$ та $\Delta^2 = \Delta \circ \Delta$. Отримано необхідні умови для існування додатного розв'язку наведеного рівняння. Також встановлено нові критерії коливання розв'язку.

1. Introduction. Consider the difference equation

$$\Delta^2 u(k) + p(k) |u(\sigma(k))|^\lambda \operatorname{sign} u(\sigma(k)) = 0, \quad (1.1)$$

where

$$p : N \rightarrow R_+, \quad \sigma : N \rightarrow N \quad (1.2)$$

are functions defined on the set of natural numbers $N = \{1, 2, \dots\}$, $\Delta u(k) = u(k + 1) - u(k)$ and $\Delta^2 = \Delta \circ \Delta$. Everywhere below it is assumed that

$$\sigma(k) \geq k + 1 \quad \text{for } k \in N, \quad 0 < \lambda < 1, \quad (1.3)$$

* The work was supported by the Georgian National Science Foundation (Grant No. GNSF/ST09-81-3-101).